

- Chú ý:**
- Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.
  - Nộp lại đề thi cùng bài thi.
  - Giá trị của  $\alpha$  trong đề thi này **bằng chữ số cuối cùng của MSSV của sinh viên.**

**Câu 1. (1.0đ)** Cho bài toán

$$\max\{x_1 + x_2 - \alpha x_3 \mid 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12, 4x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 2; x_1 \geq 0, x_3 \geq 0\}.$$

Không cần tính toán, cho biết bài toán trên có nghiệm hay không? Giải thích vì sao?

**Câu 2. (4.0đ)** Cho bài toán

$$\begin{array}{llll} \min & \alpha x_1 - 4x_2 + x_3 & & + 3x_5 \\ \text{vdk.} & 3x_1 & + 2x_3 & + x_5 = 2 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 & & = 3 \\ & -x_1 & + 2x_3 + x_4 & = 4 \\ & x_j \geq 0, & j = 1, \dots, 5 \end{array}$$

Tìm tập nghiệm tối ưu của bài toán trên.

**Câu 3. (2.0đ)** Giải bài toán

$$\min\{-2|x_1 - 1| - 3|x_2 - 2| : -4 \leq x_1, x_2 \leq 4, 2x_1 + x_2 \leq 2\}$$

**Câu 4. (1.0đ)** Cho  $g_i, i = 1, \dots, m$  là các hàm lồi và  $h_j, j = 1, \dots, k$  là các hàm tuyến tính xác định trên  $\mathbb{R}^n$ ,  $\alpha_j \in \mathbb{R}, j = 1, \dots, k$ . Hỏi tập  $M = \{x \in \mathbb{R}^n \mid g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m; h_j(x) = \alpha_j, j = 1, \dots, k\}$  có lồi không? Vì sao?

**Câu 5. (2.0đ)** Định nghĩa hàm lồi, hàm lõm. Kiểm tra tính lồi, lõm của hàm số sau:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \alpha x_2^2 + 4x_1^2 + x_3^2 + 2x_2x_3 + 4x_1x_3 + x_1x_2,$$

- Chú ý:**
- Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.
  - Nộp lại đề thi cùng bài thi.
  - Giá trị của  $\alpha$  trong đề thi này **bằng chữ số cuối cùng của MSSV của sinh viên.**

**Câu 1. (2.0đ)** Định nghĩa hàm lồi, hàm lõm. Kiểm tra tính lồi, lõm của hàm số sau:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \alpha x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 + x_1x_2,$$

**Câu 2. (4.0đ)** Cho bài toán

$$\begin{array}{llll} \min & x_1 + 4x_2 + \alpha x_3 & & + 3x_5 \\ \text{vdk.} & 3x_1 & + 2x_3 & + x_5 = 4 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 & & = 3 \\ & -x_1 & + 2x_3 + x_4 & = 2 \\ & x_j \geq 0, & j = 1, \dots, 5 \end{array}$$

Tìm tập nghiệm tối ưu của bài toán trên.

**Câu 3. (1.0đ)** Cho  $g_i, i = 1, \dots, m$  là các hàm lõm và  $h_j, j = 1, \dots, k$  là các hàm tuyến tính xác định trên  $\mathbb{R}^n$ ,  $\alpha_j \in \mathbb{R}, j = 1, \dots, k$ . Hỏi tập  $M = \{x \in \mathbb{R}^n \mid g_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, m; h_j(x) = \alpha_j, j = 1, \dots, k\}$  có lồi không? Vì sao?

**Câu 4. (2.0đ)** Giải bài toán

$$\max\{2|x_1 - 1| + 3|x_2 - 2| : -4 \leq x_1, x_2 \leq 4, 2x_1 + x_2 \leq 2\}$$

**Câu 5. (1.0đ)** Cho bài toán

$$\max\{x_1 + x_2 - 2\alpha x_3 \mid 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 22, 3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 2; x_1 \geq 0, x_3 \geq 0\}.$$

Không cần tính toán, cho biết bài toán trên có nghiệm hay không? Giải thích vì sao?