

**Câu 1. (1.0đ)** Cho bài toán (với  $\alpha$  là ngày sinh của bạn)

$$\max\{x_1 + x_2 - \alpha x_3 \mid 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12, 4x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 2; x_1 \geq 0, x_3 \geq 0\}.$$

Không cần tính toán, cho biết bài toán trên có nghiệm hay không? Giải thích vì sao?

**Câu 2. (4.0đ)** Cho hàm số

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2\alpha x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 + x_3^2,$$

(trong đó  $\alpha$  là ngày sinh của bạn).

- (i) Hàm số trên có lồi hay lõm không? Bài toán  $\min\{f(x) \mid x \in \mathbb{R}^3\}$  có nghiệm tối ưu hay không? Vì sao?
- (ii) Tìm tập các điểm dừng của hàm  $f(x)$  và kiểm tra xem điểm dừng đó có phải là cực tiểu địa phương của  $f(x)$  hay không?
- (iii) Nếu áp dụng thuật toán hướng giảm gradient cho bài toán  $\min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x)$  thì bạn nên sử dụng cách chọn cỡ bước nào trong hai cách: theo thủ tục tìm chính xác theo tia hay thủ tục quay lui? Giải thích vì sao?

**Câu 3. (2.0đ)** Cho  $f$  là hàm lồi trên tập đa diện  $D$  khác rỗng. Chứng minh rằng hàm  $f$  đạt cực tiểu toàn cục tại ít nhất một đỉnh của  $D$ . Kết luận này còn đúng không nếu  $f$  là hàm tựa lồi, giải thích vì sao?

**Câu 4. (1.0đ)** Một nhóm thợ nhận may gia công hai kiểu áo tại nhà. Thời gian may kiểu áo thứ hai lâu gấp hai lần thời gian may kiểu áo thứ nhất. Nếu nhận may kiểu áo thứ nhất thì nhóm thợ may được 50 áo một ngày. Đơn hàng nhà máy giao cho nhóm thợ không quá 30 áo kiểu thứ nhất và 20 áo kiểu thứ hai một ngày. Tiền lãi một áo kiểu một là 5\$ và một áo kiểu hai là 10\$. Nhóm thợ cần tính toán nên nhận may mỗi kiểu áo bao nhiêu chiếc để tổng tiền lãi lớn nhất? Hãy xây dựng mô hình tối ưu cho bài toán trên.

**Câu 5. (2.0đ)** Cho  $M \subset \mathbb{R}^n$  là một tập afin. Định nghĩa không gian con song song với tập afin  $M$ . Chứng minh rằng, không gian con afin song song với  $M$  là duy nhất.

**Note:** - Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.  
- Nộp lại đề thi cùng bài thi.

**Câu 1. (2.0đ)** Cho  $f$  là hàm lồi trên tập đa diện  $D$  khác rỗng. Chứng minh rằng hàm  $f$  đạt cực đại toàn cục tại ít nhất một đỉnh của  $D$ . Kết luận này còn đúng không nếu  $f$  là hàm tựa lồi, giải thích vì sao?

**Câu 2. (2.0đ)** Cho  $N \subset \mathbb{R}^m$  là một tập afin. Định nghĩa không gian con song song với tập afin  $N$ . Chứng minh rằng, không gian con afin song song với  $N$  là duy nhất.

**Câu 3. (1.0đ)** Cho bài toán (với  $\alpha$  là ngày sinh của bạn)

$$\max\{x_1 + x_2 - 2\alpha x_3 \mid 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 12, 4x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 4; x_1 \geq 0, x_3 \geq 0\}.$$

Không cần tính toán, cho biết bài toán trên có nghiệm hay không? Giải thích vì sao?

**Câu 4. (1.0đ)** Một nhóm thợ nhận may gia công hai kiểu áo tại nhà. Thời gian may kiểu áo thứ hai lâu gấp hai lần thời gian may kiểu áo thứ nhất. Nếu nhận may kiểu áo thứ nhất thì nhóm thợ may được 50 áo một ngày. Đơn hàng nhà máy giao cho nhóm thợ không quá 30 áo kiểu thứ nhất và 20 áo kiểu thứ hai một ngày. Tiền lãi một áo kiểu một là 5\$ và một áo kiểu hai là 10\$. Nhóm thợ cần tính toán nên nhận may mỗi kiểu áo bao nhiêu chiếc để tổng tiền lãi lớn nhất? Hãy xây dựng mô hình tối ưu cho bài toán trên.

**Câu 5. (4.0đ)** Cho hàm số

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3\alpha x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 + x_3^2,$$

(trong đó  $\alpha$  là ngày sinh của bạn).

- (i) Hàm số trên có lồi hay lõm không? Bài toán  $\max\{f(x) \mid x \in \mathbb{R}^3\}$  có nghiệm tối ưu hay không? Vì sao?
- (ii) Tìm tập các điểm dừng của hàm  $f(x)$  và kiểm tra xem điểm dừng đó có phải là cực tiểu địa phương của  $f(x)$  hay không?
- (iii) Nếu áp dụng thuật toán hướng giảm gradient cho bài toán  $\min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x)$  thì bạn nên sử dụng cách chọn cỡ bước nào trong hai cách: theo thủ tục tìm chính xác theo tia hay thủ tục quay lui? Giải thích vì sao?

**Note:** - Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.  
- Nộp lại đề thi cùng bài thi.