

Câu 1. (4.0đ) Cho bài toán

$$\begin{array}{llll} \max & x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{v.đ.k.} & 2x_1 & +x_2 & +2x_3 \leq 2 \\ & 4x_1 & +2x_2 & +x_3 \leq 2 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array}$$

- (i) Không cần tính toán, cho biết bài toán trên có nghiệm hay không?  
(ii) Viết bài toán đối ngẫu, giải bài toán đối ngẫu và tìm nghiệm của bài toán gốc (nếu có).

Câu 2. (3.0đ) Cho hàm số

$$f(x_1, x_2, x_3) = \alpha x_1^2 + 4x_1x_2 - 4x_2^2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 + x_3^2,$$

(trong đó  $\alpha$  là ngày sinh của bạn).

- (i) Hàm số trên có lời hay lỗ không?  
(ii) Bài toán  $\min\{f(x) \mid x \in \mathbb{R}^3\}$  có nghiệm hay không? Vì sao?

Câu 3. (1.5đ) Cho  $f$  là hàm lồi trên tập đa diện  $D$  khác rỗng. Chứng minh rằng hàm  $f$  đạt cực đại toàn cục tại ít nhất một đỉnh của  $D$ . Kết luận này còn đúng không nếu  $f$  là hàm tựa lồi, giải thích vì sao?

Câu 4. (1.5đ) Chứng minh rằng, có một và chỉ một hệ phương trình dưới đây có nghiệm

- (i)  $Ax = b$   
(ii)  $A^T y = 0, \langle b, y \rangle = 2022$ ,  
trong đó  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m \setminus \{0\}$ .

**Note:** - Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.  
- Nộp lại đề thi cùng bài thi.

Câu 1. Cho bài toán

$$\begin{array}{llll} \max & x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{v.đ.k.} & 2x_1 & +x_2 & +2x_3 \leq 2 \\ & 4x_1 & +2x_2 & +x_3 \leq 2 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array}$$

- (i) Không cần tính toán, cho biết bài toán trên có nghiệm hay không?  
(ii) Viết bài toán đối ngẫu, giải bài toán đối ngẫu và tìm nghiệm của bài toán gốc (nếu có).

Câu 2. Cho hàm số

$$f(x_1, x_2, x_3) = \alpha x_1^2 + 4x_1x_2 - 4x_2^2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 + x_3^2,$$

(trong đó  $\alpha$  là ngày sinh của bạn).

- (i) Hàm số trên có lời hay lỗ không?  
(ii) Bài toán  $\min\{f(x) \mid x \in \mathbb{R}^3\}$  có nghiệm hay không? Vì sao?

Câu 3. Cho  $f$  là hàm lồi trên tập đa diện  $D$  khác rỗng. Chứng minh rằng hàm  $f$  đạt cực đại toàn cục tại ít nhất một đỉnh của  $D$ . Kết luận này còn đúng không nếu  $f$  là hàm tựa lồi, giải thích vì sao?

Câu 4. Chứng minh rằng, có một và chỉ một hệ phương trình dưới đây có nghiệm

- (i)  $Ax = b$   
(ii)  $A^T y = 0, \langle b, y \rangle = 2022$ ,  
trong đó  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m \setminus \{0\}$ .

**Note:** - Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.  
- Nộp lại đề thi cùng bài thi.