

Chú ý: - Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.
- Nộp lại đề thi cùng bài thi.

Câu 1. (1.0đ) Nêu định nghĩa hàm tựa lồi trên một tập lồi $C \subset \mathbb{R}^n$. Tổng hai hàm tựa lồi có tựa lồi không? Vì sao?

Câu 2. (2.0đ) Cho bài toán

$$\begin{aligned} \min \quad & 6x_1 - 2x_2 + 4x_3 \\ \text{v.đ.k.} \quad & \begin{aligned} 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 &\leq 8, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 &\leq 7, \\ x_1, x_3 &\geq 0, x_2 \leq 0. \end{aligned} \end{aligned}$$

- (i) Viết bài toán đối ngẫu của bài toán này và giải nó bằng phương pháp hình học.
(ii) Sử dụng đối ngẫu để tìm nghiệm tối ưu của bài toán ban đầu.

Câu 3. (2.0 đ) (i) Thế nào là bài toán tối ưu lồi? Bài toán tối ưu lồi có luôn có nghiệm tối ưu không? Vì sao?

- (ii) Phát biểu và xây dựng mô hình tối ưu cho bài toán ba lô 0-1. Viết bài toán nối lỏng của bài toán ba lô 0-1 và cho biết giá trị tối ưu của bài toán nối lỏng đóng vai trò là cận trên hay cận dưới trong lược đồ nhánh cận tương ứng?

Câu 4. (2.0 đ) Cho bài toán vận tải với ma trận chi phí $C = (c_{ij})_{i=1,\dots,2n}^{j=1,\dots,n}$, vectơ lượng phát $a = (a_1, \dots, a_{2n})$, vectơ lượng thu $b = (b_1, \dots, b_n)$ như sau

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \mid \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, 2n; \sum_{i=1}^{2n} x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, n \right\}.$$

Phát biểu và chứng minh điều kiện tối ưu cho bài toán vận tải này.

Câu 5. (3.0 đ) Xét bài toán

$$\max \{ f(x) = (2x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 + x_2^4 \mid 3x_1 + 2x_2 \leq 12, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \} \quad (P).$$

- (i) Bài toán (P) đã cho ở trên có phải bài toán tối ưu lồi không? Vì sao?
(ii) Bài toán (P) có nghiệm tối ưu không? Vì sao? Nếu có hãy tìm nghiệm tối ưu đó.

Chú ý: - Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.
- Nộp lại đề thi cùng bài thi.

Câu 1. (1.0đ) Nêu định nghĩa hàm tựa lõm trên một tập lồi $C \subset \mathbb{R}^n$. Tổng hai hàm tựa lõm có tựa lõm không? Vì sao?

Câu 2. (2.0 đ) Cho bài toán

$$\begin{aligned} \min \quad & 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \text{v.đ.k.} \quad & \begin{aligned} 2x_1 &+ 4x_2 &+ 2x_3 &\leq 8, \\ x_1 &+ 2x_2 &+ 3x_3 &\leq 7, \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0. \end{aligned} \end{aligned}$$

- (i) Viết bài toán đối ngẫu của bài toán này và giải nó bằng phương pháp hình học.
(ii) Sử dụng đối ngẫu để tìm nghiệm tối ưu của bài toán ban đầu.

Câu 3. (2.0 đ) (i) Thế nào là bài toán tối ưu lồi? Bài toán tối ưu lồi có luôn có nghiệm tối ưu không? Vì sao?

- (ii) Phát biểu và xây dựng mô hình tối ưu cho bài toán ba lô 0-1. Viết bài toán nối lỏng của bài toán ba lô 0-1 và cho biết giá trị tối ưu của bài toán nối lỏng đóng vai trò là cận trên hay cận dưới trong lược đồ nhánh cận tương ứng?

Câu 4. (2.0 đ) Cho bài toán vận tải với ma trận chi phí $C = (c_{ij})_{i=1, \dots, 3m}^{j=1, \dots, m}$, vectơ lượng phát $a = (a_1, \dots, a_{3m})$, vectơ lượng thu $b = (b_1, \dots, b_m)$ như sau

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{3m} \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \mid \sum_{j=1}^m x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, 3m; \sum_{i=1}^{3m} x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, m \right\}.$$

Phát biểu và chứng minh điều kiện tối ưu cho bài toán vận tải này.

Câu 5. (3.0 đ) Xét bài toán

$$\max \{ f(x) = (2x_2 - 1)^2 + (x_1 - 2)^2 + x_1^4 \mid 3x_2 + 2x_1 \leq 12, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \} \quad (P).$$

- (i) Bài toán (P) đã cho ở trên có phải bài toán tối ưu lồi không? Vì sao?
(ii) Bài toán (P) có nghiệm tối ưu không? Vì sao? Nếu có hãy tìm nghiệm tối ưu đó.