

**Câu 1. (2.0 đ)** Xét bài toán

$$\min\{f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 120x_1 \mid (x_1 - \alpha)^2 + x_2^2 \leq \alpha^2, x_1 - 2x_2 \leq 2\alpha\},$$

trong đó  $\alpha > 0$ .

Cho  $x^0 = (2\alpha, 0)^T$  và  $x^2 = (0, 0)^T$ . Sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange, kiểm tra  $x^1$  và  $x^2$  có phải nghiệm của bài toán trên hay không?

**Câu 2. (4.0 đ)** Cho bài toán

$$\begin{array}{ll} \min & 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ \text{v.đ.k.} & \begin{array}{rrcr} -x_1 & +x_2 & -x_3 & = 2 \\ 2x_1 & +x_2 & +x_3 & = 6 \\ & & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array} \end{array}$$

- (i) Viết bài toán đối ngẫu của bài toán này.
- (ii) Bài toán đối ngẫu có nghiệm tối ưu hay không?
- (iii) Sử dụng Pha I của thuật toán đơn hình, tìm một phương án cực biên  $\hat{x}$  của bài toán trên.
- (iv) Sử dụng định lý độ lệch bù kiểm tra xem  $\hat{x}$  có phải là nghiệm tối ưu của bài toán đã cho hay không?

**Câu 3. (4.0 đ)** Cho hàm số

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2(\beta - x_1)^3.$$

- (i) Tìm tất cả các điểm dừng của  $f(x)$ .
- (ii) Xác định cực tiểu địa phương và cực đại địa phương của hàm  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}^2$ .
- (iii) Hàm  $f(x)$  có cực tiểu toàn cục hoặc cực đại toàn cục trên  $\mathbb{R}^2$  không? Vì sao?
- (iv) Cho  $\beta = 1$ . Tính  $x^1$  thu được trong bước lặp đầu tiên theo thuật toán hướng giảm gradient với điểm xuất phát  $x^0 = (1, 0)^T$ ; cỡ bước tính theo thủ tục quay lui với  $m_1 = \alpha = 0.5$ ?

**Note:** - Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.  
- Nộp lại đề thi cùng bài thi.

**Câu 1. (2.0 đ)** Xét bài toán

$$\min\{f(x) = 2x_1^2 + x_2^2 - 120x_2 \mid (x_2 - \alpha)^2 + x_1^2 \leq \alpha^2, x_2 - 2x_1 \leq 2\alpha\},$$

trong đó  $\alpha > 0$ .

Cho  $x^0 = (0, 2\alpha)^T$  và  $x^2 = (0, 0)^T$ . Sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange, kiểm tra  $x^1$  và  $x^2$  có phải nghiệm của bài toán trên hay không?

**Câu 2. (4.0 đ)** Cho bài toán

$$\begin{array}{ll} \min & 3x_1 + 6x_2 + 4x_3 \\ \text{v.đ.k.} & \begin{array}{llll} x_1 & -x_2 & -x_3 & = 2 \\ x_1 & +2x_2 & +x_3 & = 6 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array} \end{array}$$

- (i) Viết bài toán đối ngẫu của bài toán này.
- (ii) Bài toán đối ngẫu có nghiệm tối ưu hay không?
- (iii) Sử dụng Pha I của thuật toán đơn hình, tìm một phương án cực biên  $\hat{x}$  của bài toán trên.
- (iv) Sử dụng định lý độ lệch bù kiểm tra xem  $\hat{x}$  có phải là nghiệm tối ưu của bài toán đã cho hay không?

**Câu 3. (4.0 đ)** Cho hàm số

$$f(x) = x_2^2 + x_1^2(\beta - x_2)^3.$$

- (i) Tìm tất cả các điểm dừng của  $f(x)$ .
- (ii) Xác định cực tiểu địa phương và cực đại địa phương của hàm  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}^2$ .
- (iii) Hàm  $f(x)$  có cực tiểu toàn cục hoặc cực đại toàn cục trên  $\mathbb{R}^2$  không? Vì sao?
- (iv) Cho  $\beta = 1$ . Tính  $x^1$  thu được trong bước lặp đầu tiên theo thuật toán hướng giảm gradient với điểm xuất phát  $x^0 = (0, 1)^T$ ; cỡ bước tính theo thủ tục quay lui với  $m_1 = \alpha = 0.5$ ?

**Note:** - Không sử dụng tài liệu, không ghi chép lên đề thi.  
- Nộp lại đề thi cùng bài thi.